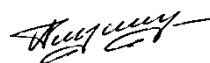


МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

**УТВЕРЖДАЮ**  
Заведующий кафедрой  
уравнений в частных производных  
и теории вероятностей



А.В. Глушко  
01.07.2021

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

**Б1.О.24 Случайные процессы**

1. Код и наименование направления подготовки: 01.03.01 Математика
2. Профиль подготовки: Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление
3. Квалификация выпускника: Бакалавр
4. Форма обучения: Очная
5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины: Кафедра уравнений в частных производных и теории вероятностей математического факультета
6. Составители программы: к.ф.-м.н., доц. Михайлова И.В., ст. пр. Баркова Л.Н.
7. Рекомендована: Научно-методическим советом математического факультета  
Протокол № № 0500-07 от 29.06.21
8. Учебный год: 2023/2024                      Семестр(ы): 6

## 9. Цели и задачи учебной дисциплины

Цели учебной дисциплины:

Целью курса является ознакомление слушателей со стохастическим подходом описания обширного класса реальных физических явлений, не укладывающихся в рамки детерминированных конструкций.

Задачи учебной дисциплины:

- изучение основных понятий теории случайных процессов, классов случайных процессов, корреляционной теории случайных процессов, методов исследований случайных процессов и Марковских случайных процессов;

- формирование умений применять методы исследования случайных процессов, классифицировать случайные процессы, находить основные вероятностно-временные характеристики случайных процессов.

Основной задачей курса является изучение численных закономерностей в опытах, результаты которых не могут быть предсказаны однозначно до проведения испытаний.

## 10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:

Дисциплина «Случайные процессы» относится к Блоку 1 Обязательной части, т.е. является обязательной дисциплиной для изучения обучающимися.

Дисциплина является прямым продолжением курса «Случайные процессы» и, помимо него, опирается на математический анализ, линейную алгебру, дифференциальные уравнения. Обучающийся должен свободно владеть математическим анализом, теорией рядов, теорией функций комплексной переменной, элементами линейной алгебры, знаниями теории интегралов Лебега и элементами теории вероятностей. Знания, полученные по дисциплине, являются основой для дальнейшего более углубленного изучения вопросов применения математических методов в задачах исследования различных процессов, а также для подготовки курсовых и выпускных квалификационных работ.

Дисциплина является предшествующей для курса Математическая статистика

## 11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями) и индикаторами их достижения:

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
УК-1	Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1	Анализирует проблемную ситуацию как систему, выявляя ее составляющие и связи между ними	<p>Знает: основные способы критического анализа и синтеза информации; сущность философского анализа явлений, базовые положения системного подхода, сущность проблемной ситуации в ее соотношении с понятиями «проблема», «задача», «противоречия», основы управления разрешением проблемных ситуаций;</p> <p>Умеет: применять основные способы критического анализа информации; применять системный подход для решения поставленных задач, выявлять проблемные ситуации, определять пути и средства их разрешения;</p> <p>Владеет: основными способами критического анализа информации; навыками критического анализа проблемной ситуации как системы, выявления ее составляющих и связей между ними, выбора путей и средств ее разрешения</p>

		УК-1.2	Использует логико-методологический инструментарий, критически оценивает надежность источников информации, современных концепций философского и социального характера в своей предметной области	<p>Знать: методы критического анализа и оценки современных научных достижений, а также методы генерирования новых идей при решении исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях; основное содержание философских понятий и категорий, этапы развития философии и ее разделы, основные классические и современные философские направления и концепции, базовые логические и научные методы (теоретические и эмпирические) исследования и философского осмысления мира, правила оценки надежности источников информации;</p> <p>Уметь: при решении исследовательских и практических задач генерировать новые идеи, исходя из наличных ресурсов и ограничений; анализировать классические и современные философские направления и концепции с опорой на понятийно-категориальный аппарат и логико-методологический инструментарий философии, критически оценивать надежность источников информации, использовать противоречивую информацию, содержащуюся в разных философских концепциях при решении проблемных ситуаций;</p> <p>Владеть навыками: критического анализа и оценки современных научных достижений и результатов деятельности по решению исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях; навыками использования логико-методологического инструментария в процессе философского осмысления мира, критического анализа и оценки надежности источников информации, в том числе философских концепций, работы с противоречивой информацией из разных источников, определения возможностей применения положений классических и современных философских направлений и концепций для решения проблемных ситуаций</p>
ОПК-1	Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных	ОПК-1.1	Применяет базовые знания, полученные в области математических и (или) естественных наук	<p>Знать: методы решения задач в области математических и (или) естественных наук.</p> <p>Уметь оценивать и формулировать актуальные и значимые проблемы математики.</p> <p>Владеть: способностью оценивать и формулировать актуальные задачи</p>

наук, и использовать их в профессиональной деятельности			профессиональной деятельности, принимать правильное решение на основе теоретических знаний
	ОПК-1.2	Оценивает и формулирует актуальные и значимые проблемы фундаментальной математики	Знать: методы решения задач в области математических и (или) естественных наук.  Уметь оценивать и формулировать актуальные и значимые проблемы математики.  Владеть: способностью оценивать и формулировать актуальные задачи профессиональной деятельности, принимать правильное решение на основе теоретических знаний
	ОПК-1.3.	Анализирует и применяет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний	Знать: методы решения задач профессиональной деятельности.  Уметь: анализировать и применять навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний.  Владеть навыками решения задач профессиональной деятельности

12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час. — 2 / 72.

Форма промежуточной аттестации Зачет – 6 семестр

### 13. Трудоемкость по видам учебной работы

Вид учебной работы		Трудоемкость	
		Всего	По семестрам
			6 семестр
Контактная работа		32	32
в том числе:	лекции	16	16
	практические	16	16
	лабораторные	-	-
	курсовая работа	-	-
	контрольные работы	1	1
Самостоятельная работа		40	40
Промежуточная аттестация - зачет			
Итого:		<b>72</b>	<b>72</b>

#### 13.1. Содержание дисциплины

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК *
<b>1. Лекции</b>			
1.1	Случайный процесс. Классификация случайных процессов	Определение случайного процесса. Семейство конечномерных распределений случайного процесса. Математическое ожидание и	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=649">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=649</a>

		ковариационная функция случайного процесса. Классификация случайных процессов. Гауссовские случайные процессы: определение, свойства, винеровский процесс	9
1.2	Элементы стохастического анализа	Непрерывность случайного процесса Дифференцирование случайного процесса Интегрирование случайного процесса	
1.3	Марковские процессы	Марковские процессы с дискретным множеством состояний и непрерывным временем. Однородные марковские процессы Процессы рождения и гибели: определение, дифференциальные уравнения Колмогорова, связь с теорией массового обслуживания	
1.4	Ветвящиеся процессы	Ветвящиеся процессы Гальтона-Ватсона. Вероятность вырождения.	
<b>2. Практические занятия</b>			
2.1	Случайный процесс. Классификация случайных процессов	Определение случайного процесса. Семейство конечномерных распределений случайного процесса. Математическое ожидание и ковариационная функция случайного процесса. Классификация случайных процессов. Гауссовские случайные процессы: определение, свойства, винеровский процесс	-
2.2	Элементы стохастического анализа	Непрерывность случайного процесса Дифференцирование случайного процесса Интегрирование случайного процесса	-
2.3	Марковские процессы	Марковские процессы с дискретным множеством состояний и непрерывным временем. Однородные марковские процессы Процессы рождения и гибели: определение, дифференциальные уравнения Колмогорова, связь с теорией массового обслуживания	-
2.4	Ветвящиеся процессы	Ветвящиеся процессы Гальтона-Ватсона. Вероятность вырождения. Контрольная работа	-

### 13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (количество часов)				Всего
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	
1	Случайный процесс. Классификация случайных процессов	4	4		10	18
2	Элементы стохастического анализа	4	4		10	18
3	Марковские процессы	4	4		10	18
4	Ветвящиеся процессы	4	4		10	18
	Итого:	16	16		40	72

### 14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

В процессе преподавания дисциплины используются такие виды учебной работы, как лекции, практические занятия, а также различные виды самостоятельной работы обучающихся. На лекциях рассказывается теоретический материал, на практических занятиях решаются примеры по теоретическому материалу, прочитанному на лекциях.

При изучении курса «Случайные процессы» обучающимся следует внимательно слушать и конспектировать материал, излагаемый на аудиторных занятиях. Для его понимания и качественного усвоения рекомендуется следующая последовательность действий.

1. После каждой лекции студентам рекомендуется подробно разобрать прочитанный теоретический материал, выучить все определения и формулировки теорем, разобрать примеры, решенные на лекции. Перед следующей лекцией обязательно повторить материал предыдущей лекции.

2. Перед практическим занятием обязательно повторить лекционный материал. После практического занятия еще раз разобрать решенные на этом занятии примеры, после чего приступить к выполнению домашнего задания. Если при решении примеров, заданных на дом, возникнут вопросы, обязательно задать на следующем практическом занятии или в присутственный час преподавателю.

3. При подготовке к практическим занятиям повторить основные понятия по темам, изучить примеры. Решая задачи, предварительно понять, какой теоретический материал нужно использовать. Наметить план решения, попробовать на его основе решить практические задачи.

4. Выбрать время для работы с литературой по дисциплине в библиотеке

Освоение дисциплины предполагает не только обязательное посещение обучающимся аудиторных занятий (лекций и практических занятий) и активную работу на них, но и самостоятельную учебную деятельность в семестрах, на которую отводится 40 часов.

Самостоятельная учебная деятельность студентов по дисциплине «Случайные процессы» предполагает изучение рекомендуемой преподавателем литературы по вопросам лекционных и практических занятий (приведены выше), самостоятельное освоение понятийного аппарата и подготовку к текущим аттестациям (контрольным работам и выполнению практических заданий) (примеры см. ниже).

Вопросы лекционных и практических занятий обсуждаются на занятиях в виде устного опроса – индивидуального и фронтального. При подготовке к лекционным и практическим занятиям, обучающимся важно помнить, что их задача, отвечая на основные вопросы плана занятия и дополнительные вопросы преподавателя, показать свои знания и кругозор, умение логически построить ответ, владение математическим аппаратом и иные коммуникативные навыки, умение отстаивать свою профессиональную позицию. В ходе устного опроса выявляются детали, которые по каким-то причинам оказались недостаточно осмысленными студентами в ходе учебных занятий. Тем самым опрос выполняет важнейшие обучающую, развивающую и корректирующую функции, позволяет студентам учесть недоработки и избежать их при подготовке к промежуточным аттестациям.

Все выполняемые студентами самостоятельно задания (выполнение контрольной работы и практических заданий) подлежат последующей проверке преподавателем. Результаты текущих аттестаций учитываются преподавателем при проведении промежуточной аттестации (6 семестр – зачет).

## 15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

№ п/п	Источник
1	<i>Бородин, А. Н. Случайные процессы : учебное пособие / А. Н. Бородин. — Санкт-Петербург : Лань, 2021. — 640 с. — ISBN 978-5-8114-1526-7. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/168542">https://e.lanbook.com/book/168542</a> (дата обращения: 11.08.2021). — Режим доступа: для авториз. пользователей.</i>

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
-------	----------

2	Булинский, А. В. Теория случайных процессов : учебное пособие / А. В. Булинский, А. Н. Ширяев. — Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2005. — 400 с. — ISBN 978-5-9221-0335-0. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/59319">https://e.lanbook.com/book/59319</a> (дата обращения: 11.08.2021). — Режим доступа: для авториз. пользователей.
---	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

в) информационные электронно-образовательные ресурсы (официальные ресурсы интернет)\*:

№ п/п	Ресурс
3	<a href="http://www.lib.vsu.ru">http://www.lib.vsu.ru</a> - электронный каталог ЗНБ ВГУ
4	<a href="http://www.kuchp.ru">http://www.kuchp.ru</a> – электронный сайт кафедры уравнений в частных производных и теории вероятностей, на котором размещены методические издания

## 16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

№ п/п	Источник
5	Михайлова И.В., Баркова Л.Н. Теория случайных процессов: пособие для студентов 4-5 курсов всех форм обучения математического факультета / сост. И.В. Михайлова, Л.Н. Баркова. – Воронеж, 2004. – № 1013. – 15 с. <a href="http://www.kuchp.ru/uploads/files/public/Files-U62qBaoj3m.rar">http://www.kuchp.ru/uploads/files/public/Files-U62qBaoj3m.rar</a>
6	Михайлова И.В., Баркова Л.Н. Теория случайных процессов Часть 2: учебно-методическое пособие для студентов 4-5 курсов всех форм обучения математического факультета / сост. И.В. Михайлова, Л.Н. Баркова. – Воронеж, 2005. – 15 с. <a href="http://www.kuchp.ru/uploads/files/public/Files-7wXDsvZbWz.rar">http://www.kuchp.ru/uploads/files/public/Files-7wXDsvZbWz.rar</a>

## 17. Образовательные технологии, используемые при реализации учебной дисциплины, включая дистанционные образовательные технологии (ДОТ), электронное обучение (ЭО), смешанное обучение):

Дисциплина может реализовываться с применением дистанционных образовательных технологий, например, на платформе «Электронный университет ВГУ» (<https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=6499>).

Перечень необходимого программного обеспечения: операционная система Windows или Linux, Microsoft, Windows Office, LibreOffice 5, Calc, Math, браузер Mozilla Firefox, Opera или Internet Explorer.

## 18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Учебная аудитория: специализированная мебель.

## 19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1	Случайный процесс. Классификация случайных процессов	УК-1	УК-1.1, УК-1.2	Домашние задания, контрольная работа № 1
2	Элементы стохастического анализа	ОПК-1	ОПК-1.1, ОПК-1.2	Домашние задания, контрольная работа № 1
3	Марковские процессы	ОПК-1	ОПК-1.2, ОПК-1.3	Домашние задания, контрольная работа № 1
4	Ветвящиеся процессы	УК-1, ОПК-1	ОПК-1.2	Домашние задания, контрольная работа № 1

## 20. Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

### 20.1. Текущий контроль успеваемости

Текущий контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

#### Домашние задания:

##### По теме 1. Случайный процесс. Классификация случайных процессов

Михайлова И.В., Баркова Л.Н. Теория случайных процессов: пособие для студентов 4-5 курсов всех форм обучения математического факультета / сост. И.В. Михайлова, Л.Н. Баркова. – Воронеж, 2004. – № 1013. – 15 с.

Задания №№ 2-9 стр.6-7

##### По теме 2. Элементы стохастического анализа

Михайлова И.В., Баркова Л.Н. Теория случайных процессов: пособие для студентов 4-5 курсов всех форм обучения математического факультета / сост. И.В. Михайлова, Л.Н. Баркова. – Воронеж, 2004. – № 1013. – 15 с.

Задания №№ 1-3 стр.10-11

##### По теме 3. Марковские процессы

Михайлова И.В., Баркова Л.Н. Теория случайных процессов Часть 2: учебно-методическое пособие для студентов 4-5 курсов всех форм обучения математического факультета / сост. И.В. Михайлова, Л.Н. Баркова. – Воронеж, 2005. – 15 с

Задания №№ 1-5 стр. 7-8

##### По теме 4. Ветвящиеся процессы

Булинский А.В. Теория случайных процессов / А.В. Булинский, А.Н. Ширяев. – М.: Физматлит, 2003. – 399 с.

Пример 8, стр. 125

#### Примеры задач контрольных работ:

### Контрольная работа № 1

1. Найти характеристики случайного процесса

$$\xi_t(\omega) = t^2 \xi_1 + t \xi_2 + 3,$$

если

$\xi_1, \xi_2$  - случайные величины с

$$M \xi_1 = 2, D \xi_1 = 3, M \xi_2 = 1, D \xi_2 = 3, \rho(\xi_1, \xi_2) = -0,3.$$

2.  $\{\xi(t) = \xi + t\}_{t \geq 0}$  — случайный процесс, где  $\xi \sim N(0,1)$ . Найти  $M\left(\int_1^3 \xi(t) dt\right)$ .

3. При каком значении  $c$  матрица

$$P = \begin{pmatrix} c & 0,3 & 0,6 \\ 0,2 & 0,6 & 0,2 \\ 0,1 & 0 & 0,9 \end{pmatrix} \text{ будет матрицей вероятностей перехода}$$

Цепи Маркова?

4. Найти вероятность вырождения для процесса с производящей функцией



$$f(s) = \frac{1 + s + s^2 + s^3}{4}.$$

Текущий контроль представляет собой проверку усвоения учебного материала теоретического и практического характера, регулярно осуществляемую на занятиях.

К основным формам текущего контроля можно отнести устный опрос, проверку домашних заданий, контрольные работы.

Задание для текущего контроля и проведения промежуточной аттестации должны быть направлены *на оценивание*:

1. уровня освоения теоретических и практических понятий, научных основ профессиональной деятельности;

2. степени готовности обучающегося применять теоретические и практические знания и профессионально значимую информацию, сформированности когнитивных умений.

3. приобретенных умений, профессионально значимых для профессиональной деятельности.

**Текущий контроль** предназначен для проверки хода и качества формирования компетенций, стимулирования учебной работы обучаемых и совершенствования методики освоения новых знаний. Он обеспечивается проведением контрольных заданий и домашних работ, проверкой конспектов лекций, периодическим опросом слушателей на занятиях.

Формы, методы и периодичность текущего контроля определяет преподаватель.

При текущем контроле уровень освоения учебной дисциплины и степень сформированности компетенции определяются оценками «зачтено» и «незачтено».

### **Описание технологии проведения**

Контрольные работы проводятся письменно.

### **Требование к выполнению заданий**

#### Контрольная работа

За контрольную работу ставится оценка «зачтено» в случае, если обучающийся выполнил:

- правильно в полном объеме все задания контрольной работы, показал отличные владения навыками применения полученных знаний и умений при решении профессиональных задач в рамках усвоенного материала;

- обучающийся выполнил все задания с небольшими неточностями и показал хорошие владения навыками применения полученных знаний и умений при решении профессиональных задач в рамках усвоенного материала;

- обучающий выполнил половину из предложенных заданий правильно, остальные с существенными неточностями и показал удовлетворительное владение навыками полученных знаний и умений при решении профессиональных задач в рамках усвоенного материала.

В остальных случаях обучающемуся ставится за контрольную работу «незачтено».

## **20.2 Промежуточная аттестация**

**Промежуточная аттестация** предназначена для определения уровня освоения всего объема учебной дисциплины. Промежуточная аттестация по дисциплине «Теория случайных процессов» проводится в форме зачета.

Промежуточная аттестация осуществляется в конце семестра и завершает изучение как отдельной дисциплины, так и ее разделов. Промежуточная аттестация помогает оценить более крупные совокупности знаний и умений, в некоторых случаях – даже формирование определенных профессиональных компетенций.

На зачете оценивается уровень освоения учебной дисциплины и степень сформированности компетенции определяются оценками «зачтено» и «незачтено»,

### **Описание технологии проведения**

Для успешной сдачи зачета по дисциплине обучающиеся должны посещать лекции и практические занятия, освоить теоретический материал, выполнить контрольную работу и ответить правильно на один теоретический вопрос из произвольного (по выбору преподавателя) раздела. В случае невыполнения контрольной работы на зачете обучающемуся могут быть предложены задачи, сравнимые по сложности с теми, которые решались в течение семестра.

### **Вопросы (теоретические) к зачету:**

1. Определение случайного процесса. Семейство конечномерных распределений случайного процесса. Математическое ожидание и ковариационная функция случайного процесса.
2. Классификация случайных процессов. Гауссовские случайные процессы: определение, свойства, винеровский процесс
3. Непрерывность случайного процесса
4. Дифференцирование случайного процесса
5. Интегрирование случайного процесса
6. Марковские процессы с дискретным множеством состояний и непрерывным временем. Однородные марковские процессы
7. Процессы рождения и гибели: определение, дифференциальные уравнения Колмогорова, связь с теорией массового обслуживания
8. Ветвящиеся процессы Гальтона-Ватсона.
9. Вероятность вырождения.

### **Требование к выполнению заданий**

Критерии выставления оценок:

Оценки	Критерии
Зачтено	<ul style="list-style-type: none"> <li>- обучающийся показывает высокий интеллектуальный и общекультурный уровень, глубокое и всестороннее знание предмета, на теоретический вопрос дан правильный исчерпывающий ответ;</li> <li>обучающийся логично и аргументировано излагает материал и правильно решает предложенные практические задания;</li> <li>дополнительные вопросы не вызывают затруднений;</li> <li>- обучающийся дает ответ на теоретический вопрос и правильно решает одну из предложенных практических задач; дополнительные вопросы не вызывают затруднений;</li> <li>- обучающийся не дает ответа на теоретический вопрос, но правильно решает предложенные практические задания, дополнительные вопросы могут вызывать затруднения</li> </ul>
Незачтено	Во всех других случаях обучающемуся ставится незачтено

### 20.3 Фонд оценочных средств сформированности компетенций студентов, рекомендуемый для проведения диагностических работ

#### 1) Задания закрытого типа с выбором ответа (выбор одного варианта ответа, верно/неверно)

1. При каком значении  $c$  матрица

$$P = \begin{pmatrix} c & 0,3 & 0,6 \\ 0,2 & 0,6 & 0,2 \\ 0,1 & 0 & 0,9 \end{pmatrix} \text{ будет матрицей вероятностей перехода}$$

цепи Маркова?

**Решение.** Матрица вероятностей перехода цепи Маркова – стохастическая, то есть сумма вероятностей по строкам равна 1. Значит,  $c+0,3+0,6=1$ , откуда  $c=0,1$ .

Варианты ответов: 1). $C=1$ ; 2)  $C=0,3$ ; 3)  $C=0,4$ . **4)  $C=0,1$ .** (верный 4)

2. При каком значении  $c$  матрица

$$P = \begin{pmatrix} 0,2 & c & 0,4 \\ 0,4 & 0,1 & 0,5 \\ 0,2 & 0 & 0,8 \end{pmatrix} \text{ будет матрицей вероятностей перехода}$$

цепи Маркова?

**Решение.** Матрица вероятностей перехода цепи Маркова – стохастическая, то есть сумма вероятностей по строкам равна 1. Значит,  $0,2+c+0,4=1$ , откуда  $c=0,4$ .

Варианты ответов: 1.  $C=1$ ; 2). $C=0,3$ ; 3). $C=0,1$ ; **4).  $C=0,4$ .** (верный 4)

3. При каком значении  $c$  матрица

$$P = \begin{pmatrix} 0,4 & 0,2 & 0,4 \\ 0,1 & c & 0,5 \\ 0,2 & 0,3 & 0,5 \end{pmatrix} \text{ будет матрицей вероятностей перехода}$$

цепи Маркова?

**Решение.** Матрица вероятностей перехода цепи Маркова – стохастическая, то есть сумма вероятностей по строкам равна 1. Значит,  $0,1+c+0,5=1$ , откуда  $c=0,4$ .

Варианты ответов: 1.  $C=0,55$ ; 2). $C=0,35$ ; 3). $C=0,1$ ; **4).  $C=0,4$ .** (верный 4)

4. При каком значении  $c$  матрица

$$P = \begin{pmatrix} 0,25 & 0,2 & c \\ 0,1 & 0,4 & 0,5 \\ 0,2 & 0,3 & 0,5 \end{pmatrix} \text{ будет матрицей вероятностей перехода}$$

цепи Маркова?

Решение. Матрица вероятностей перехода цепи Маркова – стохастическая, то есть сумма вероятностей по строкам равна 1. Значит,  $0,25+0,2+c=1$ , откуда  $c=0,55$ .

Варианты ответов: 1.  $C=0,55$ ; 2). $C=0,35$ ; 3). $C=0,1$ ; 4).  $C=0,45$ . (верный 1)

5. При каком значении  $c$  матрица

$$P = \begin{pmatrix} 0,4 & 0,2 & 0,4 \\ 0,1 & 0,4 & 0,5 \\ c & 0,3 & 0,5 \end{pmatrix} \text{ будет матрицей вероятностей перехода}$$

цепи Маркова?

Решение. Матрица вероятностей перехода цепи Маркова – стохастическая, то есть сумма вероятностей по строкам равна 1. Значит,  $c+0,3+0,5=1$ , откуда  $c=0,2$ .

Варианты ответов: 1).  $C=1$ ; 2). $C=0,3$ ; 3). $C=0,5$ ; 4).  $C=0,2$ . (верный 4)

## 2) Задания открытого типа (короткий текст)

6. Случайный процесс  $\xi_t(\omega)$ ,  $\omega \in \Omega, t \in T$ , для которого при  $t_1 < t_2 < \dots < t_n$  случайные величины

$(\xi_{t_2} - \xi_{t_1}), (\xi_{t_3} - \xi_{t_2}), \dots, (\xi_{t_n} - \xi_{t_{n-1}})$  стохастически независимы, называется случайным процессом с независимыми .....

**Ответ:**

**приращениями  
приращением**

7. Случайный процесс  $\xi_t(\omega)$ ,  $\omega \in \Omega, t \in T$ , для которого при  $t_1 < t_2 < \dots < t_n$  случайные величины

$\xi_{t_1}, \xi_{t_2}, \dots, \xi_{t_n}$  стохастически независимы, называется случайным процессом с независимыми .....

**Ответ:**

**значениями  
значением**

8. Случайный процесс  $\xi_t(\omega)$ ,  $\omega \in \Omega, t \in T$  называется ....., если все его конечномерные распределения нормальные.

**Ответ:**

**гауссовским  
гауссовым**

9. Случайный процесс  $\xi_t(\omega)$ ,  $\omega \in \Omega, t \in T$  называется....., если при фиксированном «настоящем» «прошлое» и «будущее» стохастически независимы.

**Ответ:**

**гауссовским  
гауссовым**

10. Если для случайного процесса  $\xi_t(\omega)$ ,  $\omega \in \Omega, t \in T$  зафиксировано  $\omega \in \Omega$ , то числовая функция аргумента  $t \in T$  называется ..... случайного процесса.

**Ответ:**

**траекторией  
реализацией**

11. Если для случайного процесса  $\xi_t(\omega)$ ,  $\omega \in \Omega, t \in T$  зафиксировано  $t \in T$ , то случайная величина  $\xi_t(\bullet)$  называется ..... случайного процесса.

**Ответ:**

**значением  
сечением**

### **Критерии и шкалы оценивания заданий ФОС**

1) Задания закрытого типа с выбором ответа(выбор одного варианта ответа, верно/неверно):

- 1 балл – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

2) Задания открытого типа (короткий текст):

- 2 балла – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

**Задания раздела 20.3 рекомендуются к использованию при проведении**

**диагностических работ с целью оценки остаточных результатов освоения данной дисциплины (знаний, умений, навыков).**